দ্বিতীয় অধ্যায়

শূন্যতা থেকে শুধু শূন্যতাই মেলে

[পাশ্চাত্যে শূন্যের প্রত্যাখ্যান]

শূন্যতা থেকে কোনো কিছুর সৃষ্টি সম্ভব নয়।

লুক্রেশিয়াস, *দে রেরুম নাতুরা*

পাশ্চাত্য দর্শনের একটি মৌলিক ধারণার সাথে শূন্যের দ্বন্দ্ব তৈরি হয়। সেই ধারণাটির মূলে ছিল পিথাগোরাসের সংখ্যার দর্শন। জেনোর১ প্যারাডক্সগুলোর মাধ্যমে ধারণাটি গুরুত্বপূর্ণ হয়ে ওঠে। পুরো গ্রিক সমাজের মূল ধারণাই ছিল: শূন্যতা (void) বলতে কিছু নেই।

গ্রিক সভ্যতার পতনের অনেক দিন পরেও পিথাগোরাস, এরিস্টটল ও টলেমিদের গড় গ্রিক সমাজ টিকে ছিল। সেই সমাজে শূন্যতা বলতে কিছু ছিল না। ছিল না শূন্য। এ কারণে পাশ্চাত্য প্রায় দুই হাজার বছর পর্যন্ত শূন্যকে মেনে নিতে পারেনি। এর ফল ছিল অনেক খারাপ। শূন্যের অভাবে গণিতের অগ্রগতি থমকে থাকে। বিজ্ঞানে নতুন নতুন চিন্তার দ্বার রুদ্ধ থাকে। এছাড়াও ঘটনাক্রমে পঞ্জিকায় গণ্ডগোল লাগায়। শূন্যকে গ্রহণ করতে হলে পাশ্চাত্যের দার্শিনিকদেরকে তাদের সমাজকে নির্মূল করতে হত।

গ্রিক সংখ্যা-দর্শনের উৎপত্তি

আদিতে ছিল অনুপাত, অনুপাত ছিল ঈশ্বরের সাথে, আর অনুপাতই ছিল ঈশ্বর। ২

- জন ১:১

জ্যামিতি আবিষ্কার করা মিশরীরয়া গণিত নিয়ে খুব বেশি চিন্তা-ভাবনা করেনি। তাদের কাছে এটা ছিল দিন গণনা ও ভূমির বিভিন্ন অংশের রক্ষণাবেক্ষণের একটি হাতিয়ার। তবে গ্রিকদের চিন্তাধারা ছিল খুব আলাদা। তারা মনে করত, সংখ্যা ও দর্শনকে আলাদা করা সম্ভব নয়। দুটোকেই তারা খুব গুরুত্বের সাথে নিয়েছিল। আসলে সংখ্যা নিয়ে গ্রিকরা বাস্তবিক অর্থেই খুবই উৎসাহী ছিল।

মেটাপনটামের হিপাসাস জাজাজের ডেকে উঠে দাঁড়ালেন। নিলেন মরার প্রস্তুতি। চারপাশ ঘিরে রয়েছে একটি গোপন ভাতৃসঙ্ঘের সদস্যরা। যাদের বিশ্বাস নষ্ট করেছেন তিনি। হিপাসাস এমন একটি গোপন জিনিস প্রকাশ করেছেন যা গ্রিকদের চিন্তার কৌশলের জন্যে প্রাণঘাতী ছিল। ঐ ভাতৃসঙ্ঘ যে দর্শন দাঁড় করাতে চেয়েছিল তাকে ধ্বংস করার মতো একটি গোপনীয় জিনিস ছিল সেটি। সেই গোপন জিনিস প্রকাশের দায়ে মহান পিথাগোরাস নিজে হিপাসাসকে পানিতে ডুবিয়ে মৃত্যদণ্ড দেন। সংখ্যা-দর্শনকে বাঁচাতে ঐ সঙ্ঘ খুনও করত। কিন্তু হিপাসাস যে গোপন জিনিস ফাঁস করেছিলেন, সেটা শূন্যের তুলনায় তেমন ভয়ঙ্কর কিছু নয়।

সঙ্ঘের নেতা ছিলেন প্রাচীনকালের প্রগতিবাদী পিথাগোরাস। বেশিরভাগ বর্ণনা অনুসারে তুরস্কের নিকটবর্তী গ্রিক দ্বীপ সামোসে খৃষ্টপূর্ব ষষ্ঠ সালে তাঁর জন্ম। দ্বীপটা হেরা দেবীর মন্দির ও খুব উন্নত মদের জন্যে বিখ্যাত। প্রাচীন গ্রিকদের মধ্যে যথেষ্ট কুসংস্কার প্রচলিত ছিল। কিন্তু পিথাগোরাসের ধ্যানধারণাগুলো হার মানায় সে কুসংস্কারকেও। তাঁর দৃঢ় বিশ্বাস ছিল, তিনি ট্রোজান বীর ইউফরবাসের নবজন্মপ্রাপ্ত রূপ। এ কারণে পিথাগোরাস জোরালোভাবে মনে করতেন, মৃত্যুর পরে প্রাণীদেরসহ সকল আত্মা নতুন দেহে স্থানান্তরিত হয়। এ কারণে তিনি ছিলেন কঠোর নিরামিষভোজী। তবে সিম খেতেন না, কারণ এতে পেট ফুলে যায়। দেখতেও লাগে লজ্জাস্থানের মতো।

হয়ত পিথাগোরাস প্রাচীনকালের একজন প্রগতিবাদী চিন্তাবিদ হয়ে থাকবেন। তবে তিনি ছিলেন জাঁদরলে বক্তা। প্রখ্যাত পণ্ডিত। আর একজন জাদুকরী শিক্ষক। কথিত আছে, তিনি ইতালিতে বসবাসরত গ্রিকদের জন্যে সংবিধান রচনা করেছিলেন।ছাত্ররা দলে দলে জড় হত তাঁর কাছে। অল্প দিনের মাথায়ই তিনি একদল উচ্চপদস্থ শিষ্য পেলেন, যারা মনিবের কাছ থেকে শিখতে উৎসুক ছিল।

পিথাগোরীয়রা নেতার অনুশাসন মেনে চলত। তাদের বিশ্বাসের মধ্যে অন্যতম ছিল, মহিলাদের সাথে একান্তে সময় কাটানো উচিত শীতকালে। গ্রীষ্মকালে এটা করা যাবে না। তাদের মতে, খাবার ঠিক মতো হজম না হওয়াই সব রোগের মূল কারণ, খাওয়া উচিত শুধু কাঁচা খাবার, পানি ছাড়া অন্য কিছু পান করা ঠিক নয় এবং মোটেই পশমি কাপড় পরা যাবে না।

গ্রিকরা তাদের সংখ্যাগুলো পায় মিশরীয় জ্যামিতিবিদদের কাছ থেকে। এ কারণে গ্রিক গণিতে আকৃতি ও সংখ্যার মধ্যে বিশেষ কোনো পার্থক্য ছিল না। গ্রিক গণিত ও দার্শকনিকদের কাছে এ দুটো জিনিস ছিল একই। (তাদের প্রভাবের কারণে এমনকি আজও আমরা *বর্গ* সংখ্যা ও *ত্রিভুজ* সংখ্যা দেখতে পাই) [চিত্র ৫] সে সময় গাণিতিক উপপাদ্য প্রমাণ করা ছিল সুন্দর একটি ছবি আঁকার মতোই সোজা। প্রাচীন গ্রিক গণিতবিদরা পেন্সিল ও কাগজের বদলে ব্যবহার করত কম্পাস ও রুলার। আর গ্রিকদের কাছে আকৃতি ও সংখ্যার সম্পর্ক ছিল খুব গভীর ও গূঢ় তাৎপর্যপূর্ণ।প্রতিটি সংখ্যা-আকৃতির ছিল একটি করে গোপন অর্থ। আর সবচেয়ে সুন্দর সংখ্যা-আকৃতিগুলোকে পবিত্র মনে করা হত।

স্বাভাবিকভাবেই পিথাগোরীয়দের আধ্যাত্মিক প্রতীকও ছিল একটি সংখ্যা-আকৃতি: পেন্টাগ্রাম বা পাঁচকোণা তারা। এই ছোট ছবিটিই অসীমের একটি ছোট্ট নমুনা। তারার রেখাগুলোকে জড়িয়ে আছে পঞ্চভুজটি। পঞ্চভুজের কোণাগুলোকে রেখার সাথে যোগ করলে একটি ছোট ও উল্টা পাঁচকোণা তারা পাওয়া যায়। যা অনুপাতের দিক থেকে ঠিক আগের তারাটির মতোই। এতেও আবার আরও ছোট একটি পঞ্চভুজ আছে। যাতে আছে আরও ছোট একটি তারা ও ছোট একটি পঞ্চভুজ। এভাবে চলতেই থাকে (৬ নং চিত্র দেখুন)। তবে মজার ব্যাপার হলো, পিথাগোরীয়দের কাছে পেন্টাগ্রামের সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য এই স্ব-পুনরাবৃত্তি ছিল না। সেটা লুকানো ছিল তারার রেখার মধ্যে। এগুলোর মধ্যে ছিল একটি সংখ্যা-আকৃতি, পিথাগোরীয়দের কাছে যা ছিল মহাবিশ্বের চূড়ান্ত প্রতীক। সেটা হলো গোল্ডেন রেশিও বা সোনালী অনুপাত।

চিত্র ৫

বর্গ ও ত্রিভুজ সংখ্যা

চিত্র ৬

পেন্টাগ্রাম

সোনালী অনুপাত গুরুত্ব পেয়েছেও একটি পিথাগোরীয় আবিষ্কার থেকে। যদিও এখন সেটা নিয়ে খুব একটা আলোচনা হয় না। আধুনিক স্কুলগুলোতে শিশুরা পিথাগোরাসের নাম শোনে তাঁর বিখ্যাত উপপাদ্যটির জন্যেই: সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের বর্গ অপর দুই বাহুর বর্গের সমষ্টির সমান। তবে এটা আসলে আরও প্রাচীন আবিষ্কার। পিথাগোরাসের জন্মের ১,০০০ বছরেরও বেশি সময় আগে এটা মানুষ জানত। প্রাচীন গ্রিসে মানুষ পিথাগোরাসকে চিনত অন্য একটি আবিষ্কারের জন্যে। সেটা হলো সঙ্গীত গ্রাম।

লোককাহিনী অনুসারে একদিন পিথাগোরাস একটি একতারা নিয়ে খেলছিলেন। যা একটি বক্স ও একটি তার দিয়ে তৈরি (চিত্র ৭)। একটি সোয়াড়িকে একতারার উপরে-নীচে নামিয়ে পিথাগোরাস তাঁর যন্ত্রের সুর পরিবর্তন করতেন। একটু পরেই তিনি বুঝতে পারলেন, তারের একটি অদ্ভুত হলেও অনুমেয় আচরণ লক্ষ্যণীয়। সোয়াড়ি ছাড়া তারকে টান দিলে একটি পরিষ্কার সুর পাওয়া যায়। এর নাম মৌলিক সুর। সোয়াড়িকে একতারায় রেখে তারের সাথে স্পর্শ করালে বাজতে থাকে সুর পাল্টে যায়। সোয়াড়িকে একতারার ও তারের ঠিক মাঝখানে রাখলে তারের দুই অংশেই একই সুর বাজে। এই সুর হয় তারের মৌলিক সুরের চেয়ে পুরোপুরি এক অষ্টক বেশি। সোয়াড়িকে একটু সরালে হয়ত এক অংশে তারের তিন পঞ্চমাংশ ও অপর অংশে দুই পঞ্চমাংশ থাকল। পিথাগোরাস দেখলেন, তারের অংশগুলোকে ধরে টান দিলে দুটি নিখুঁত পঞ্চক সুর তৈরি হয়। একেই সবচেয়ে শক্তিশালী ও স্মৃতি-জাগানিয়া সঙ্গীত মিশ্রণ বলা হয়ে থাকে। ভিন্ন ভিন্ন অনুপাতে পাওয়া যায় ভিন্ন সুর। সেটা আনন্দদায়কও হতে পারে, বিরক্তিকরও হতে পারে। (যেমন, বেসুরো ত্রিসুরকে (tritone) বলা হয় সঙ্গীতের প্রেত। মধ্যযুগের সঙ্গীত বিশারদরা এই সুর গ্রহণ করেননি। অদ্ভুত ব্যাপার হলো, পিথাগোরাস যখন সোয়াড়িকে তারের এমন জায়গায় রাখলেন যেখানে তার সরল অনুপাতে বিভক্ত হয় না, তখন সৃষ্ট সুর ভাল হয় না। উৎপন্ন শব্দ হত বেসুরো। মাঝেমাঝে হত অনেক খারাপ। মাঝেমধ্যে তো সুর পাগলের মতো উঠা-নামা করত।

পিথাগোরাসের কাছে সঙ্গীত ছিল একটি গাণিতিক চর্চা। বর্গ ও ত্রিভুজের মতোই রেখারাও ছিল সংখ্যা-আকৃতি। অতএব, একটি তারকে দুই ভাগ করা আর দুই সংখ্যার একটি অনুপাত নিয়ে কাজ করা একই কথা। একতারার ঐকতান আসলে গণিতেরই ঐকতান। এবং প্রকারান্তরে মহাবিশ্বেরেই ঐকতান। পিথাগোরাস রায় দিলেন, শুধু সঙ্গীতকেই নয়, অনুপাত নিয়ন্ত্রণ করে সকল সৌন্দর্যকে। পিথাগোরীয়রা মনে করতেন, অনুপাত সঙ্গীত ও ভৌত সৌন্দর্যের এবং গাণিতিক সৌন্দর্যের নিয়ন্তা। প্রকৃতিকে বোঝা ছিল অনুপাতের গাণিতিক বিধি বোঝার মতোই সরল কাজ।

চিত্র ৭

মরমি একতারা

সঙ্গীত, গণিত ও প্রকৃতির পরস্পরপরিবর্তনীয়তার এই দর্শনের ওপর নির্ভর করেই পিথাগোরীয়দের প্রাথমিক গ্রহমডেল তৈরি হয়। পিথাগোরাস বললেন, পৃথিবী আছে মহাবিশ্বের কেন্দ্রে। আর সূর্য, চন্দ্র, গ্রহ ও নক্ষত্ররা ঘুরছে পৃথিবীকে কেন্দ্র করে। যার প্রতিটি আছে নিজ নিজ গোলকে (চিত্র ৮)। গোলকগুলোর সাইজের অনুপাত ছিল সুন্দর ও সুবিন্যস্ত। গোলকের চলনের তালে তালে তৈরি হত সঙ্গীত। সবচেয়ে বাইরের গ্রহ বৃহস্পতি ও শনি৩ ঘুরত সবচেয়ে জোরে। ফলে এদের স্বরগ্রামের সুর হয় সবচেয়ে বেশি। চাঁদের মতো সবচেয়ে ভেতরের দিকের বস্তুগুলোর সুর ছিল হালকা। সবমিলিয়ে চলমান গ্রহুগুলো গোলকের মধ্যে একটি ঐকতান তৈরি করেছিল। আর মহাকাশে বাজে সুন্দর সুন্দর সব গাণিতিক গীত। 'সবকিছুই সংখ্যা' বলে পিথাগোরাস এটাই বুঝিয়েছিলেন।

চিত্র ৮: গ্রিক মহাবিশ্ব

প্রকৃতিকে জানার মূল মাধ্যম ছিল অনুপাত। এ কারণে পিথাগোরীয় এবং তাদের পরে গ্রিক গণিতবিদরা অনুপাতের বৈশিষ্ট্য জানার প্রচেষ্টা চালিয়েই বেশিরভাগ সময় পার করেছেন। শেষ পর্যন্ত তারা অনুপাতকে ১০টি আলাদা ভাগে বিভক্ত করেন। এর মধ্যে একটি নাম হোল তরঙ্গ গড়। এমন একটি গড়ই বিশ্বের সবচেয়ে সুন্দর৪ সংখ্যা তৈরি করেছে। এটা হলো সোনালী অনুপাত (Golden ratio)।

মোহনীয় এই গড়টি পেতে হলে একটি রেখাকে বিশেষ উপায়ে বিভক্ত করতে হবে। একে এমনভাবে ভাগ করতে হবে যাতে ছোট ও বড় অংশের অনুপাত বড় অংশ ও পুরো অংশের অনুপাতের সমান হয় (দেখুন পরিশিষ্ট খ)। এভাবে বললে জিনিসটাকে তেমন কিছু মনে হয় না। কিন্তু এই অনুপাত থেকে পাওয়া ছবিগুলোকে সবচেয়ে সুন্দর জিনিস মনে হয়। এমনকি আজকের দিনেও স্থপতিরা সহজাতভাবেই জানেন, দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের এই অনুপাত মেনে বানানো স্থাপনা সবচেয়ে নান্দনিক হয়। এ কারণেই শিল্প ও স্থাপত্যের বহু জায়গায় এই অনুপাতের ব্যবহার দেখা যায়। কিছু কিছু ইতিহাস ও গণিতবিদের মতে পার্থানন নামের রাজকীয় অ্যাথেনীয় মন্দির এমনভাবে বানানো হয়েছিল যাতে এর প্রতিটি দিকেই সোনালী অনুপাত দৃশ্যমান হয়। এমনকি প্রকৃতির সৃষ্টিকৌশলেও দেখা যায় সোনালী অনুপাতের উপস্থিতি। শামুকজাতীয় প্রাণীদের পরপর দুটি প্রকোষ্ঠের আকারের অনুপাত তুলনা করুন। অথবা আনারসের ডানাবর্তী ও বামাবর্তী খাঁজগুলোর অনুপাত দেখুন। দেখা যাবে এই অনুপাত সোনালী অনুপাতের খুব কাছাকাছি।

পেন্টাগ্রাম হয়ে ওঠে পিথাগোরীয় ভ্রাতৃসঙ্ঘের সবচেয়ে পবিত্র প্রতীক। এর কারণ হলো পেন্টাগ্রামের রেখাগুলোও এই বিশেষ উপায়ে গঠিত। সোনালী অনুপাত দিতে পরিপূর্ণ। আর পিথাগোরাস মনে করতেন সোনালী অনুপাত হলো সব সংখ্যার রাজা। শিল্পী ও প্রকৃতির কাছে সোনালী অনুপাত সমানে ভালবাসা পায়। এ যেন পিথাগোরাসের কথারই প্রতিধ্বনি: সঙ্গীত, সৌন্দর্য, স্থাপত্য ও মহাবিশ্বেরই গঠন একে অপরের সাথে সম্পর্কিত ও অবিচ্ছেদ্য। পিথাগোরীয়দের মতে অনুপাতই মহাবিশ্বের নিয়ন্তা। আর একসময় যা শুধু ভাবত পিথাগোরীয়, অল্পদিনের মাথায়ই তা পুরো পাশ্চাত্য বিশ্বের ভাবনা হয়ে দাঁড়াল। নান্দনিকতা, অনুপাত ও মহাবিশ্বের অতিপ্রাকৃত সম্পর্ক পাশ্চাত্য সভ্যতার একটি প্রধান ও দীর্ঘস্থায়ী বিশ্বাসে পরিণত হলো। শেক্সপিয়রের সময় পর্যন্তুও বিজ্ঞানীরা বিভিন্ন অনুপাতের কক্ষপথের প্রদক্ষিণ নিয়ে কথা বলতেন। বলতেন স্বর্গীয় গীতের কথা। যার সুর প্রবাহিত হত পুরো মহাবিশ্বে।

চিত্র ৯: পার্থানন, শামুকের খোলস ও সোনালী অনুপাত

পিথাগোরীয় সংস্কৃতিতে শূন্যের কোনো স্থান ছিল না। সংখ্যা ও আকৃতির সমতুল্যতা প্রাচীন গ্রিকদেরকে জ্যামিতির নায়ক বানিয়েছিল। কিন্তু এতে ছিল বড় একটি অসুবিধে। এ ধারণার কারণে শূন্যকে সংখ্যা বিবেচনার কথাটি কারও মাথায় আসেনি। শূন্যের আবার কিসের আকৃতি থাকবে?

দুই একক দৈর্ঘ্য ও দুই একক প্রস্থের একটি বর্গ কল্পনা করা খুব সহজ। কিন্তু শূন্য দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের একটি বর্গ কেমন হবে? দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নেই, নেই কোনো উপাদানও- এমন কিছুকে বর্গ হিসেবে কল্পনা করা কঠিন একটি কাজ। ফলে শূন্য দিয়ে গুণ করাও ছিল অর্থহীন কাজ। দুটি সংখ্যাকে গুণ করা মানেই একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পাওয়া। কিন্তু শূন্য দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের একটি আয়তের ক্ষেত্রফল কত হতে পারে?

বর্তমানে গণিতের বড় বড় অমীমাংসিত সমস্যাগুলোকে উপস্থাপন করা হয় গণিতবিদদের পক্ষে সমাধানের অযোগ্য অনুমান (conjecture) আকারে। তবে প্রাচীন গ্রিসে সংখ্যা-আকৃতিগুলো ভিন্ন একটি চিন্তার উপায় খুলে দিয়েছিল। সে সময়ের সবচেয়ে বিখ্যাত অমীমাংসিত সমস্যাটি ছিল জ্যামিতির। শুধু কম্পাস ও রুলার দিয়ে আপনি কি এমন একটি বর্গ আঁকতে পারবেন, যার ক্ষেত্রফল একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সমান? এই যন্ত্রগুলো দিয়ে আপনি কি একটি কোণকে তিন ভাগ করতে পারবেন? জ্যামিতিক গঠন ও আকৃতি ছিল একই জিনিস। শূন্য ছিল এমন একটি সংখ্যা যার কোনো রকম জ্যামিতিক অর্থ থাকতে পারে বলে মনে করা হত না। তার মানে শূন্যকে ঠাঁই দিতে হলে গ্রিকদেরকে পুরো গাণিতিক কাজের পদ্ধতিই পাল্টে ফেলতে হত। তারা সেটা না করল না।

গ্রিক পদ্ধতিতে শূন্য যদি থেকেও থাকত, তবুও শূন্যকে দিয়ে অনুপাত বানানোকে প্রকৃতিবিরুদ্ধ মনে হত। দুটি বস্তুর সম্পর্ককে কে আর অনুপাত আকারে প্রকাশ করা যেত না। শূন্য ও অন্য যে কোনো সংখ্যার অনুপাত, মানে শূন্যকে যে কোনো সংখ্যাকে দিয়ে ভাগ দিলে প্রাপ্ত সংখ্যা হবে শূন্যই। অন্য সংখ্যাটিকে শূন্য একেবারেই গিলে ফেলে। আর এদিকে কোনোকিছু ও শূন্যের অনুপাত, মানে কোনো একটি সংখ্যাকে শূন্য দিয়ে ভাগ করলে যুক্তিই বিলুপ্ত হয়ে যেতে পারে। পরিচ্ছন্ন পিথাগোরীয় মহাবিশ্বে শূন্য একটুখানি ময়লা জমিয়ে দেয়। এ কারণেই শূন্যকে বরদাস্ত করা সম্ভব হয়নি।

আসলে গ্রিকরা আরেকটি অসুবিধাজনক গাণিতিক ধারণাকেও ঘৃণা করে এসেছিল। মূলদ সংখ্যা। পিথাগোরীয় চিন্তায় প্রথম বাধা ছিল এটিই। তারা এটাকে লুকিয়ে রাখতে চেয়েছিল। আর এই জিনিসটা প্রকাশ্যে চলে এলে তারা সহিংস হয়ে উঠল।

অমূলদ সংখ্যার ধারণা গ্রিক গণিতের মধ্যে লুকিয়ে ছিল টাইম বোমার মতো। সংখ্যা ও আকৃতির দ্বৈততার কারণে গ্রিকদের কাছে গণনা আর রেখার দৈর্ঘ্য মাপা ছিল একই কাজ। এ কারণে দুটি সংখ্যার অনুপাত বের করতে ভিন্ন দৈর্ঘ্যের দুটি রেখাকে তুলনা করাই যথেষ্ট ছিল। তবে যেকোনো ধরনের পরিমাপ করতে গেলেই একটি আদর্শ দরকার হয়। এমন একটি মাপকাঠি, যেটা দিয়ে দুটি রেখার সাইজ তুলনা করা যাবে। উদাহরণ হিসেবে ধরুন, একটি রেখার দৈর্ঘ্য বরাবর এক ফুট। এর এক প্রান্ত থেকে সাড়ে পাঁচ ইঞ্চি দূরে একটি দাগ দিলেন। এর ফলে আগের এক ফুট এখন দুটি অসমান খণ্ডে বিভক্ত হলো। গ্রিকরা এই অনুপাত বের করার জন্যে রেখাটিকে খণ্ডে ভাগ করত। অর্ধ-ইঞ্চি বা এমন কিছুকে ব্যবহার করত আদর্শ বা মাপকাঠি হিসেবে। ফলে এক অংশে থাকবে ১১টি দাগ, আর আরেক অংশে ১৩টি।৫ অতএব, দুই অংশের অনুপাত হবে ১১:১৩।

পিথাগোরাসের প্রত্যাশা অনুসারে মহাবিশ্বের সবকিছুকে অনুপাত মেনে চলতে হলে মহাবিশ্বের অর্থবহ সবকিছুকে সুন্দর ও সরল অনুপাতের সাথে সম্পর্কিত হতে হবে। তাকে হতে হবে মূলদবা যৌক্তিকসংখ্যা (rational number)৬। আরও স্পষ্ট করে বললে, এই অনুপাতগুলোকে a/b আকারে লিখতে হত। যেখানে a ও b হবে ১, ২ বা ৪৭-এর মতো দেখতে সুন্দর ও পরিচ্ছন্ন গণনা (স্বাভাবিক৭) সংখ্যা। (গণিতবিদরা খুব সাবধান! এ জন্যে বলেই রাখেন, b এর মান শূন্য হওয়া সম্ভব নয়। কারণ সেক্ষেত্রে ভাগ দিতে হবে শূন্য দিয়ে, যা এক ভয়ানক কাজ।) বলাই বাহুল্য, মহাবিশ্ব এতটা সাজানো-গোছানো নয়। কিছু কিছু সংখ্যাকে a/b ধরনের সরল ভগাংশ আকারে লেখা সম্ভব হয় না। এই অমূলদ সংখ্যাগুলো ছিল গ্রিক গণিতের অনিবার্য ফল।

বর্গ জ্যামিতির অন্যতম সরল একটি চিত্র। পিথাগোরীয়রা একে যথাযথ সম্মানও দিত। (চারটি মৌলিক উপাদানের আদলে এর ছিল চারটি বাহু। এটা ছিল নিখুঁত সংখ্যার প্রতীক।) কিন্তু বর্গের সারল্যের মধ্যেই লুকিয়ে আছে মূলদ সংখ্যা। বর্গের বিপরীত কোণাকে যুক্ত করে কর্ণ আঁকলেই চলে আসে অমূলদ সংখ্যা। মনে করুন, একটি বর্গের সবগুলো বাহুর দৈর্ঘ্য ১ ফুট করে। মনে মনে (বা বাস্তবেই) এটা এঁকে ফেলুন। গ্রিকদের মতো অনুপাতে নিমগ্ন থাকা মানুষ বর্গের বাহু ও কর্ণের দিকে জিজ্ঞেস করবে: এই দুটি রেখার অনুপাত কত?

আগের মতোই প্রথম কাজ হলো একটি আদর্শ মাপকাঠি তৈরি করা। সেটা হতে পারে অর্ধ-ইঞ্চির একটি ছোট্ট রুলার। এবার কাজ হলো সেই মাপকাঠি দিয়ে প্রতিটি বাহুকে সমান সমান ভাগে বিভক্ত করা। অর্ধ-ইঞ্চির মাপকাঠি দিয়ে আমরা এক ফুটের (১২ ইঞ্চি) বাহুকে ২৪ খণ্ড করতে পারব, যার প্রতিটি অর্ধ-ইঞ্চি লম্বা। কিন্তু কর্ণকে মাপলে কী হবে? একই মাপকাঠি দিয়ে কর্ণের দৈর্ঘ্যকে মাপলে ৩৪টির মতো খণ্ড পাওয়া যাবে। কিন্তু পুরোপুরি মিলবে না। ৩৪তম খণ্ডটি হবে সামান্য ছোট। অর্ধ-ইঞ্চির রুলার বর্গের কোণা দিয়ে একটুখানি বেরিয়ে থাকবে। আমরা আরও ভালোভাবেও মাপতে পারব। রেখাটিকে আরও ছোট ছোট ভাগে বিভক্ত করলেই হবে। ধরুন, আমরা ব্যবহার করলাম এক ইঞ্চির ৬ ভাগের এক ভাগ সমান একটি রুলার। এবার বর্গের বাহু ৭২ খণ্ডে বিভক্ত হবে। আর কর্ণে খণ্ড পাওয়া যাবে ১০১টির বেশি। তবে ১০২টির কম। এবারেও পরিমাপ নিখুঁত হবে না। আরও অনেক ছোট মাপকাঠি নিলে কী হবে? এক ইঞ্চির দশ কোটি ভাগের ভাগ সমান দৈর্ঘ্যের মাপকাঠি নিলে? বর্গের বাহু হবে ১ কোটি ২০ লক্ষ খণ্ড। আর কর্ণের দৈর্ঘ্য হবে ১৬,৯৭,০৫,৬৩ খণ্ডের চেয়ে একটু কম। এই রুলার দিয়েও রেখা দুইটির মধ্যে সমন্বয় করা যাচ্ছে না। আসল কথা হলো, কোনো রুলার দিয়েই সঠিক পরিমাপ পাওয়া যাবে না।

আসলে আপনি রুলার যত ছোটই করেন না কেন, বর্গের বাহু ও কর্ণ উভয়কে নিখুঁতভাবে মাপার মতো একটি মাপকাঠি কখনোই পাওয়া যাবে না। কর্ণ ও বাহু একই সাথে অনির্ণেয়। কিন্তু একই মাপকাঠি না হলে দুটি রেখাকে অনুপাত আকারে প্রকাশ করাও সম্ভব নয়। একক সাইজের একটি বর্গের জন্যে এর অর্থ দাঁড়ায়, আমরা একম কোনো গণন সংখ্যা a ও b পাব না যারা বর্গের যথাক্রমে বর্গের বাহু ও কর্ণ হবে এবং যাদেরকে a/b আকারে প্রকাশ করা যাবে। অন্য কথায়, এই বর্গের কর্ণ একটি অমূলদ সংখ্যা। আমরা আজকাল একে দুইয়ের বর্গমূল হিসেবে চিনি।

এটা পিথাগোরীয় গণিতের জন্যে অশনি সঙ্কেত। প্রকৃতি কীভাবে অনুপাত দিয়ে পরিচালিত হবে, যেখানে বর্গের মতো একটি সরল জিনিস অনুপাতের ভাষাকে গোলমেলে কোরে ফেল? এই জিনিসটি বিশ্বাস করা পিথাগোরীয়দের জন্যে ছিল কঠিন। কিন্তু একে অস্বীকার করার যে জো নেই। এটা তাদের প্রিয় গাণিতিক বিধিরই একটি ফল। গণিতের ইতিহাসের অন্যতম প্রথম একটি প্রমাণই হলো বর্গের কর্ণের অপরিমাপযোগ্যতা বা অমূলদতা।

পিথাগোরাসের কাছে অমূলদ সংখ্যারা ছিল ভয়াবহ। কারণ, অনুপাত-মহাবিশ্ব পড়ে গিয়েছিল হুমকির মুখে। কফিনে আরেকটি পেরেক যুক্ত হয় যখ পিথাগোরাস দেখলেন সোনালী অনুপাতও অমূলদ সংখ্যা। অথচ এই সংখ্যাটিই পিথাগোরীয়দের কাছে সৌন্দর্য ও যুক্তির চূড়ান্ত প্রতীক ছিল। এই ভয়ানক সংখ্যাগুলো যাতে পিথাগোরীয় মতবাদের ক্ষতি না পারে সেজন্যে এদেরকে গোপন রাখা হলো। পিথাগোরীয় সঙ্ঘের সবাইকে এমনিতেই কম কথা বলতে হত। এমনকি লিখিত নোট রাখার অনুমতিও ছিল না কারও। দুইয়ের বর্গমূলের অপরিমাপযোগ্যতা হয়ে উঠল সবচেয়ে বড় ও কলুষিত গোপনীয় বিষয়।

তবে গ্রিকরা অমূলদ সংখ্যাকে শূন্যের মতো এত সহজে অবহেলা করে থাকতে পারেনি। সব ধরনের জ্যামিতিক চিত্রে ঘুরেফিরে এদের দেখা পাওয়া যাচ্ছিল। জ্যামিতি ও অনুপাত নিয়ে এতটা নিমগ্ন থাকা একটা জাতির কাছ থেকে অমূলদ সংখ্যাকে খুব বেশি দিন লুকিয়ে রাখা কঠিন। একদিন না একদিন কেউ একজন ব্যাপারটা ফাঁস করে ফেলতই। এই কেউ একজন ছিলেন মেটাপন্টাম এলাকার হিপাসাস। তিনিও ছিলেন পিথাগোরীয় সঙ্ঘের একজন গণিতবিদ। অমূলদ সংখ্যার রহস্য ফাঁস করে তাকে মারাত্মক বিপাকে পড়তে হয়েছিল।

হিপাসাসের বিশ্বাসঘাতকতা ও চূড়ান্ত পরিণতি নিয়ে প্রচলিত গল্পগুলো খুব অস্পষ্ট ও পরস্পরবিরোধী। গণিতবিদরা আজও অমূলদ সংখ্যার রহস্যা ফাঁস করা দূর্ভাগা এই গণিতবিদের কথা বলেন। কেউ কেউ বলেন পিথাগোরাস তাকে জাহাজ থেকে ফেলে দিয়ে ডুবিয়ে মেরেছিলেন। তাঁর মতে, নান্দনিক এক গাণিতিক তত্ত্বকে অসুন্দর তথ্য দিয়ে ধ্বংস করার উচিত শাস্তি এটাই। প্রাচীন সূত্র থেকে জানা যায়, পাপের শাস্তি হিসেবে সমুদ্রে ডুবে মরেছিলেন হিপাসাস। কেউ কেউ আবার বলছেন, তাকে সমাজচ্যুত করা হয় এবং তার জন্যে একটি কবর নির্মাণ করা হয়। এভাবে তাকে সমাজ থেকে আলাদা করে ফেলা হয়। তবে হিপাসাসের সত্যিকার পরিণতি যাই হোক না কেন, এটা সত্যি যে তার সঙ্গীরা তাকে তিরস্কার করেছিল। তিনি যা ফাঁস করলেন সেটা পিথাগোরীয় মতবাদের ভিতকেই কাঁপিয়ে দেয়। কিন্তু অমূলদ সংখ্যাকে একটি ব্যতিক্রম বলে চালিয়ে দিয়েই পিথাগোরীয়রা মহাবিশ্ব সম্পর্কে নিজেদের ভাবনাকে কলুষিত হওয়া থেকে বাঁচাতে পারত। এবং সত্যি বলতে সময়ের সাথে সাথে গ্রিকরা অমূলদ সংখ্যাকে নিজেদের সংখ্যার অংশ বানিয়ে নিতে নিমরাজি হয়। পিথাগোরাসকে অমূলদ সংখ্যারা মারেনি। মেরেছে শিম।

হিপাসাসের মতোই পিথাগোরাসের মৃত্যুর বর্ণনাও অস্পষ্ট। তবে সবগুলোই বলছে, মৃত্যুটা হয়েছিল অস্বাভাবিক উপায়ে। কেউ কেউ বলেন, পিথাগোরাস উপবাস থেকে থেকে মারা গিয়েছেন। তবে গল্পের সবচেয়ে বেশি প্রচলিত সংস্করণ অনুসারে তার মৃত্যুর কারণ ছিল শিম। গল্পের একটি সংস্করণ অনুসারে, একদিন শত্রুরা (যাদেরক পিথাগোরাসের সামনে আসতে দেওয়ার যোগ্য মনে না করায় তারা রেগে ছিল) তার বাড়িতে আগুন লাগিয়ে দেয়। আর সঙ্ঘের লোকেরা প্রাণভয়ে এদিক-সেদিক ছুটে যায়। উত্তেজিত জনতা পিথাগোরীয়দের একের পর এক জবাই করতে থাকে। ভ্রাতৃসঙ্ঘ ধ্বংস হয়ে যাচ্ছিল। পিথাগোরাস নিজেও জীবন বাঁচাতে পালাতে লাগলেন। পালিয়ে যেতে পারতেন। যদি না আটকে পড়তেন শিমক্ষেতে। সেখানেই থেমে গেলেন তিনি। ঘোষণা দিলেন, মারা গেলে যাবেন, কিন্তু শিমক্ষেতে পারই দেবেন না। পেছন পেছন আসা মানুষগুলো তো খুব খুশি। তারা দিল গলা কেটে।

সঙ্ঘ বিক্ষিপ্ত হয়ে গেল। নেতা মারা গেলেন। কিন্তু পিথাগোরাসের মূল শিক্ষা বেঁচে রইল। অল্প দিনের মধ্যেই সেটি পাশ্চাত্য ইতিহাসের সবচেয়ে প্রভাবশালী দর্শনে পরিণত হলো। সেই দর্শনের নাম এরিস্টটলীয় মতবাদ। যা টিকে থেকেছিল পরের দুই হাজার বছর। শূন্যের সাথে এই মতবাদের সংঘর্ষ হয়। তবে অমূলদ সংখ্যাকে উপেক্ষা করা না গেলেও শূন্যকে উপেক্ষা করা সম্ভব ছিল। গ্রিক সংখ্যাপদ্ধতির সংখ্যা ও আকৃতির দ্বৈতরূপ কাজটিকে সহজ করে দেয়। কারণ শূন্যের তো আর কোনো আকৃতি ছিল না। ফলে এর পক্ষে সংখ্যা হওয়াও সম্ভব ছিল না।

তবুও শূন্যের স্বীকৃতি কিন্তু গ্রিক সংখ্যাপদ্ধতি ঠেকিয়ে রাখেনি। রাতের আকাশ নিয়ে মগ্ন থাকার কারণে গ্রিকরা শূন্য নিয়ে জানতে পেরেছিল। বেশিরভাগ প্রাচীন মানুষের মতোই গ্রিকরা রাতের আকাশ দেখত। আর রাতের আকাশে সবার আগে হাত পাকিয়েছিল ব্যাবিলনীয়রা। তারা সূর্য ও চন্দ্রগহণের পূর্বাভাস দেওয়ার উপায় জানত। প্রথম গ্রিক জ্যোতির্বিদ থ্যালিস এটা শিখেছিলেন ব্যাবিলনীয়দের কাছ থেকে। কিংবা হয়ত মিশরীয়দের মাধ্যমে শিখে থাকবেন। বলা হয়ে থাকে, খৃষ্টপূর্ব ৫৮৫ সালে তিনি একটি সূর্যগ্রহণের পূর্বাভাস প্রদান করেছিলেন।

ব্যাবিলনীয় জ্যোতির্বিদ্যার সাথে সাথে এসেছিল ব্যাবিলনীয় সংখ্যাও। জ্যোতির্বিদ্যার প্রয়োজনে গ্রিকরা ষাটভিত্তিক সংখ্যাপদ্ধতি গ্রহণ করেছিল। ঘণ্টাকে ভাগ করেছিল ৬০ মিনিটে। আর মিনিটকে ৬০ ভাগে। খৃষ্টপূর্ব ৫০০ সালের দিকে ব্যাবিলনীয় লেখালেখিতে শূন্যের আবির্ভাব ঘটে। স্বাভাবিকভাবেই গ্রিক জ্যোতির্বিদরাও এর ব্যবহার শুরু করে দেন। প্রাচীন জ্যোতির্বিদ্যার স্বর্ণযুগে গ্রিক জ্যোতির্বিদ্যার টেবিলগুলোতে শূন্যের ব্যবহার ছিল খুব সাধারণ ঘটনা। এর প্রতীক ছিল ছোট হাতের ওমাইক্রোন oর মতো। যা দেখতে অনেকটাই আধুনিক যুগের শূন্যের মতোই। যদিও এটা হয়ত নিছকই কাকতালীয় ঘটনা। (সম্ভবত ওমাইক্রোনের ব্যবহার শুরু হয়েছে 'কিছু না' এর গ্রিক প্রতিশব্দ ouden এর প্রথম অক্ষর থেকে। গ্রিকরা শূন্যকে মোটেই পছন্দ করত না। ব্যবহার করত যতটা সম্ভব কম। ব্যাবিলনীয় প্রতীক দিয়ে হিসাব-নিকাশ করের পরে গ্রিক জ্যোতির্বিদরা সাধারণত সংখ্যাগুলোকে আবারও গুরুগম্ভীর গ্রিক সংখ্যায় রূপান্তর করে নিত। যেখানে শূন্য থাকত অনুপস্থিত। প্রাচীন পাশ্চাত্য সংখ্যাপদ্ধতিতে শূন্য কখনোই স্থান পায়নি। এ কারণে ওমাইক্রোন শূন্যের (0) আদিরূপ হবে তার সম্ভাবনা কম। হিসাব করতে গিয়ে গ্রিকরা শূন্যের গুরুত্ব বুঝতে পেরেছিল। তবুও প্রত্যাখ্যান করতে বাঁধেনি।

তার মানে গ্রিকরা কিন্তু অজ্ঞতার কারণে শূন্যকে প্রত্যাখ্যান করেনি। করেনি সংখ্যা-আকৃতির সীমাবদ্ধতার কারণেও। এটা ছিল তাদের দর্শনের ফল। পাশ্চাত্যের মৌলিক দার্শনিক বিশ্বাসের সাথে শূন্যের সঙ্ঘাত হয়। কারণ শূন্যের মধ্যে এমন দুটি ধারণা আছে যা পাশ্চাত্য মতবাদের জন্যে হুমকি। এবং এই ধারণাগুলোই এরিস্টটলীয় দর্শনের দীর্ঘ সময় ধরে চলা প্রভাবকে শেষ করে দেয়। এই ভয়ানক ধারণাগুলো হলো শূন্যতা ও অসীম।

অসীম, শূন্যতা ও পাশ্চাত্য

প্রকৃতিবিদরা মাছি পর্যবেক্ষণ করেন

আছে এর চেয়ে ছোট মাছি যা তাকে শিকার করে

তার চেয়েও ছোট মাছিও আছে যা তাকে কামড় দেয়।

এভাবেই চলে অসীম পর্যন্ত...

-জোনাথন সুইফট, *অন পয়েট্রি অ্যান্ড রাফসডি*

অসীম ও শূন্যতার শক্তি নিয়ে গ্রিকরা ছিল আতঙ্কিত। সব ধরনের গতিকে অসম্ভব করে তুলছিল অসীম। অন্য দিকে শূন্যতা হুমকি দিচ্ছিল গুচ্ছবদ্ধ মহাবিশ্বকে খণ্ড খণ্ড করে ফেলার। শূন্যকে অস্বীকার করার মাধ্যমে গ্রিক তাদের মহাবিশ্বকে দুই হাজার বছর টিকিয়ে রাখতে সক্ষম হয়।

পিথাগোরাসের মতবাদ পাশ্চাত্য দর্শনের কেন্দ্রীয় বস্তু হয়ে ওঠে। মহাবিশ্বের সবগুলো তত্ত্বে ছিল অনুপাত ও আকৃতির ছড়াছড়ি। গ্রহরা চলত আকাশের গোলকে। চলতে চলতে তৈরি করত সঙ্গীত। কিন্তু এই গোলকগুলোর বাইরে কী আছে? আরও আরও গোলক? প্রতিটা আগের চেয়ে বড় বড়? নাকি শেষ গোলকেই মহাবিশ্বের সমাপ্তি? এরিস্টটল ও অন্যান্য দার্শনিকরা জোর দিয়ে বলতেন, একের পর এক অসীমসংখ্যক গোলক থাকা সম্ভব নয়। এই দর্শন মেনে নিয়ে পাশ্চাত্য বিশ্ব অসীমকে মাথা থেকে বাদ দিয়ে দিয়েছিল। তারা একে একাবারেই অস্বীকার করত। ওদিকে ইলিয়া শহরের জেনোর কল্যাণে অসীম পাশ্চাত্য চিন্তাধারাকে কুরে কুরে খেয়ে ফেলতে শুরু করে দিয়েছিল। জেনোর সমসাময়িক মানুষরা তাকে পাশ্চাত্যের সবচেয়ে বিরক্তির মানুষ বলে মনে করত।

জেনোর জন্ম খৃষ্টপূর্ব ৪৯০ সালের দিকে। একই সময়ে প্রাচ্য ও পাশ্চাত্যের মধ্যে সংঘটিত প্রচণ্ড সেই পারসিক যুদ্ধগুলোর সূচনা ঘটেছিল। গ্রিস পারস্যকে পরাজিত করে। গ্রিক দর্শন জেনোকে কখনোই সেভাবে পরাজিত করতে পারেনি। কারণ জেনোর কাছে ছিল একটি প্যারাডক্স। একটি যুক্তিভিত্তিক ধাঁধা যা গ্রিক দার্শিনিকরা যুক্তি দিয়ে বুঝতে অক্ষম ছিলেন। এটাই ছিল গ্রিসের সবচেয়ে বড় যন্ত্রণাদায়ক তর্ক: জেনো অসম্ভবকে প্রমাণ করেছেন।

জেনোর মতে, মহাবিশ্বের কোনও কিছুই চলাচল করতে পারে না। অব্শ্যই এটি একটি ছেলেমানুষি কথা। একটুখানি হেঁটে যে কেউই একে ভুল প্রমাণ করে দিতে পারেন। সবাই জানত জেনোর কথা ভুল। কিন্তু যুক্তির ভুলটা কেউই দেখাতে পারেনি। তিনি একটি প্যারাডক্স নিয়ে আসেন। জেনোর যুক্তির ধাঁধাঁগুলো গ্রিক দার্শনিকদের বিমূঢ় করে দেয়। বাদ যায় পরবর্তী যুগের দার্শনিকরাও। প্রায় দুই হাজার বছর পর্যন্ত জেনোর ধাঁধাঁগুলো গণিতবিদদের কপালে চিন্তার ভাঁজ ফেলছিল।

সবচেয়ে বিখ্যাত ধাঁধাঁটার কথা বলা যাক। এটায় তি নি দেখান, ধীরে ধীরে এগিয়ে চলা একটি কচ্ছপ গতিমান একিলিসের চেয়ে একটু আগে চলা শুরু করলে একিলিস কখনোই আর তাকে পেছনে ফেলতে পারেন না। আরও ভাল করে বুঝতে কিছু সংখ্যা ব্যবহার করি। ধরুন, একিলিস সেকেন্ডে এক ফুট চলছেন। আর কচ্ছপ যাচ্ছে তার অর্ধেক গতিতে। আরও ধরুন, কচ্ছপ একিলিসের এক ফুট সামনে থেকে চলা শুরু করল।

একিলিস তীব্র বেগে এগিয়ে গেলেন। এক সেকেন্ডের মধ্যেই তিনি পৌঁছে গেলেন যেখানে একটু আগে কচ্ছপটি ছিল। তবে কচ্ছপটিও তো চলছে। ফলে একিলিস কপচ্ছপের আগের অবস্থানে যেতে যেতে কচ্ছপ আরও এক অর্ধফুট সামনে চলে গেছে। তাতে কী? একিলিস তো আরও দ্রুত চলেন। তাই এই অর্ধফুট দূরত্ব সে অর্ধসেকেন্ডেই পার হয়ে গেল। কিন্তু ততক্ষণে কচ্ছপ আরও সামনে চলে গেছে। এবার গেছে সিকি ফুট। সিকি সেকন্ডেই একিলিস সেটাও পার হলো। কিন্তু কচ্ছপ ততক্ষণে আবারও সামনে চলে গেছে। এবার এক ফুটের আট ভাগের এক ভাগ। একিলিস দৌড়েই চলছেন। কিন্তু কচ্ছপ থাকছে সামনেই। একিলিস কচ্ছপের যতই কাছে যান, কচ্ছপ ততই আগের জায়গায় থেকে আরও সামনে চলে যায়। এক ফুটের আট ভাগের এক ভাগ, তারপর ষোল ভাগের এক ভাগ, ... ক্রমশ ছোট ছোট দূরত্ব। একিলিস কাছাকাছি হচ্ছেন, কিন্তু কচ্ছপকে ধরতে পারছেন না। সামনে সবসময় কচ্ছপই।

সবাই জানেন, বাস্তবে একিলিস কচ্ছপকে পার হয়ে যাবেন নিমিষেই। কিন্তু জেনোর যুক্তি থেকে মনে হয় সেটা হবে না কখনও। সে যুগের দার্শনিকরা সে যুক্তিকে ভুল প্রমাণ করতে পারেননি। জানতেন জেনোর যুক্তির ফল ভুল। কিন্তু প্রমাণের গাণিতিক ভুলটাকে ধরিয়ে দেওয়া সম্ভব হয়নি (চিত্র ১০)।

সমস্যাটি গ্রিকদের কুপোকাত করে দেয়। তবে সমস্যাটির মূল উৎস কিন্তু তারা খুঁজেই পায়নি। সেটা হলো অসীম। জেনোর প্যারাডক্সের ভেতর লুকিয়ে আছে অসীম। জেনো চলমান গতিকে অসীমসংখ্যক বার ভাগ করেছেন। এখানে অসীমসংখ্যক পদক্ষেপ দরকার জেনে গ্রিকরা ধরে নিয়েছিল রেস চিরকাল ধরে চলতে থাকবে। যদিও প্রতি পদক্ষেপে ধাপগুলো ছোট হচ্ছে। তারা মনে করেছিল, রেস কখনোই শেষ হবে না। আসলে অসীম নিয়ে কাজ করার গাণিতিক হাতিয়ার প্রাচীন মানুষের কাছে ছিল না। কিন্তু আধুনিক গণতিবিদরা সে উপায়টা বের করেছেন। অসীম নিয়ে কাজ করতে হয় খুব সাবধানে। তবে একে বশে আনা যায়। লাগবে শূন্যের সাহায্য। ২,৪০০ বছরের গাণিতিক চর্চার কাঁধে ভর করে জেনোর একিলিস ধাঁধাঁয় ফিরে যাওয়া এখন আর কঠিন নয়।

গ্রিকদের কাছে শূন্য ছিল। কিন্তু আমাদের কাছে আছে। আর জেনোর ধাঁধাঁ সমাধানের শূন্যই মূল হাতিয়ার। অনেক সময় অসীমসংখ্যক পদ যোগ করেও সসীম একটি ফল পাওয়া যায়। তবে সেটা হতে হলে পদগুকে ক্রমেই শূন্যের কাছাকাছি যেতে হবে। একিলিস ও কচ্ছপের ক্ষেত্রে এটাই হয়েছে। একিলিসের চলার পথগুলো যোগ করতে শুরু করতে হয় ১ দিয়ে। তারপর যোগ হবে ১/২, তারপর ১/৪, তারপর ১/৮,... এভাবেই চলবে। পদগুলো ক্রমেই ছোট হবে। আর কাছাকাছি হবে শূন্যের। প্রতিটি পদ যেন কোন ভ্রমণের অংশ। যার গন্তব্য শূন্য। কিন্তু গ্রিকরা শূন্যকে বর্জন করেছিল বলে বুঝতে পারেনি এই ভ্রমণের শেষ কোথায়। তাদের কাছে মনে হয়নি, ১/২, ১/৪, ১/৮,... সংখ্যাগুলো কোনও একটি সংখ্যার নিকটবর্তী হচ্ছে। কোনও গন্তব্য নেই। তারা শুধুই দেখেছে, পদগুলো ক্রমশ ছোট হচ্ছে। হারিয়ে যাচ্ছে সংখ্যার জগৎ থেকে দূরে কোথাও।

আধুনিক গণিতবিদরা জানেন, পদগুলোর একটি সীমা (limit) আছে। ১, ১/২, ১/৪, ১/৮, ১/১৬, … সংখ্যাগুলোর সীমা হলো শূন্য, যার দিকে এরা এগিয়ে যাচ্ছে। এই এগিয়ে চলার একটা গন্তব্য আছে। কোনও ভ্রমণের গন্তব্য থেকে থাকলে জিজ্ঞেস করা যেতেই পারে, গন্তব্যটা কত দূরে আছে। আর সেখানে পৌঁছতে কত সময় লাগবে। একিলিসের চলার পথের দূরত্বগুলো যোগ করা কঠিন নয়। ১+১/২+১/৪+১/৮+১/১৬+...। একইভাবে একিলিসের প্রতিটি পদক্ষেপ ক্রমেই ছোট থেকে আরও ছোট হচ্ছে। হচ্ছে ক্রমেই শূন্যের আরও কাছাকাছি। পদক্ষেপগুলোর যোগফল ক্রমেই ২ এর কাছাকাছি হচ্ছে। এটা আমরা কীভাবে জানলাম? আচ্ছা, ২ থেকে শুরু করে দেখুন। এবার যোগফলে একে একে পদগুলোকে বিয়োগ দিতে থাকুন। প্রথমে বিয়োগ হবে ১। তারপরে ১/২। বাকি থাকবে বাকি ১/২। এবার বিয়োগ করুন ১/৪। তাহলে আর বাকি থাকবে ১/৪। এখান থেকে ১/৮ বিয়োগ করলে থাকবে ১/৮। আমারা আমাদের চেনা ধারায় ফিরে যাচ্ছি। আমরা জানিই, ১, ১/২, ১/৪, ১/৮, ... ধারার সীমা হলো শূন্য (০)। অতএব, পদগুলোকে ২ থেকে বিয়োগ করতে থাকলে কিছুই আর বাকি থাকবে না। ১ + ১/২ + ১/৪ + ১/৮ + ১/১৬ + ... ধারার যোগফলের সীমা হলো ২ (চিত্র ১১)। কচ্ছপকে ধরতে একিলিসকে ২ ফুট যেতে হবে। যদিও এর মধ্যেই তাকে অসীম সংখ্যক পদক্ষেপ ফেলতে হবে। এছাড়াও সময়ের দিকেই দেখুন না। কচ্ছপকে পার হতে একিলিসের কতটুকু সময় লাগবে দেখুন: ১ + ১/২ + ১/৪ + ১/৮ + ১/১৬ + ...। মানে ২ সেকেন্ড। একটি সসীম দূরত্ব পার হতে একিলিস একই সাথে অসীমসংখ্যক পদক্ষেপ ফেলেন, আবার সেই দূরত্ব পার হন মাত্র ২ সেকেন্ডেই।

চিত্র ১১: ১ + ১/২ + ১/৪ + ১/৮ + ১/১৬ + ... = ২

দারুণ এই গাণিতিক বুদ্ধিটা গ্রিকদের মাথায় আসেনি। সীমার ধারণা তাদের জানা ছিল না। কারণ তারা শূন্যকে বিশ্বাস করেনি। তারা মনে করত, অসীম ধারার কোনো সীমা বা গন্তব্য থাকতে পারে না। এমন ধারার পদগুলো শুধুই ছোট হতে থাকে। কিন্তু নির্দিষ্ট কোনো সংখ্যার দিকে যায় না। এ জন্যেই গ্রিকরা অসীম নিয়ে কাজ করতে পারত না। তারা শূন্যত নিয়ে ভাবত, কিন্তু শূন্যকে সংখ্যা হিসেবে মেনে নেয়নি। ওদিকে তারা অসীম নিয়েও খেলা করেছে। কিন্তু অসীমকে বা যেসব জিনিস অসীম পরিমাণ ছোট বা বড় তাদেরকে সংখ্যার জগতে আসতে দেয়নি। গ্রিক গণিতের সবচেয়ে বড় ব্যর্থতা এটাই। এ কারণেই তারা ক্যালকুলাস আবিষ্কার করতে পারেনি।

অসীম, শূন্য ও সীমার ধারণা একে অপরের সাথে একটি গুচ্ছে মিশে আছে। গ্রিক দার্শনিকরা সেই গুচ্ছের গিঁট খুলতে পারেনি। এ কারণে জেনোর ধাঁধাঁ সমাধানের জন্যে ভাল কোনো উপকরণ তাদের হাতে ছিল না। কিন্তু জেনোর প্যারাডক্সের জোর ছিল অনেক বেশি। গ্রিকরা বারবার চেষ্টা করেছে সেখান থেকে অসীমকে তুড়ি মেরে উড়িয়ে দেওয়ার। কিন্তু সঠিক ধারণার অভাবে ব্যর্থতাই লেখা ছিল তাদের কপালে।

জেনোর নিজের কাছেও সমস্যাটির ভাল কোনো সমাধান ছিল না। তিনি সমাধান খোঁজেনওনি। তার দর্শনের জন্যে প্যারাডক্সটি খুব মানানসই। তিনি ছিলেন ইলীয় ভাবধারার চিন্তাবিদ। এই মতবাদের প্রতিষ্ঠাতা পার্মানিডিজ মনে করতেন, মহাবিশ্ব মৌলিকভাবে পরিবর্তনহীন ও নিশ্চল। দেখা গেল, জেনোর ধাঁধা পার্মানিডিজের যুক্তির পক্ষে কোঠা বলছে। দেখা গেল, পরিবর্তন ও গতি খুবই প্যারাডক্সিকেল ব্যাপার। তিনি মানুষকে বোঝাতে চেয়েছিলেন, সবকিছু একই জিনিস। এবং পরিবর্তনহীন। জেনো সত্যিই বিশ্বাস করতেন, গতি অসম্ভব। আর এই কথার পক্ষে সবচেয়ে বড় প্রমাণ তার নিজের প্যারাডক্স।

কিন্তু অন্য মতবাদের পক্ষেও ছিলেন কিছু চিন্তাবিদ। যেমন, পরমাণুবিদরা বিশ্বাস করতেন, মহাবিশ্ব পরমাণু নামে ছোট ছোট কণা দিয়ে গঠিত। পরমাণু চিরন্তন, যাকে আর ভাঙা যায় না। তাদের মতে গতি হলো এই ছোট ছোট পরমাণুর চলাচল। এই পরমাণুদেরকে চলাচল করতে হলে দরকার খালি জায়গা, যেখানে তারা গিয়ে স্থান করে নেবে। ভ্যাকুয়াম বা ফাঁকা স্থান বলে কিছু না থাকলে পরমাণুরা ক্রমাগত একে অপরের সাথে ধাক্কা খাবে। সবকিছুই চিরকাল একই জায়গায় আটকে থাকবে। চলাচল করা হত অসম্ভব। ফলে পরমাণু তত্ত্ব সঠিক হতে হলে মহাবিশ্বে থাকতে হবে ব্যাপক ফাঁকা স্থান। অসীম এক শূন্যতা। পরমাণুবাদীরা অসীম ভ্যাকুয়ামের ধারণাকে লুফে নিয়েছিল। এই ধারণার মধ্যেই অসীম ও শূন্য একাকার হয়েছিল। এ এক অবাক করা ফলাফল। কিন্তু পরমাণু তত্ত্বে বস্তুর অবিভাজ্য মৌলিক অংশ জেনোর প্যারাডক্সকে ভালোভাবেই সামাল দিয়েছিল। পরমাণুরা অবিভাজ্য বলে এমন একটি বিন্দু আছে যার পরে কোনোকিছুকে আর ভাঙা যাবে না। জেনোর ভাঙার কাজ অসীম পর্যন্ত যেতে পারে না। কিছু পদক্ষেপ ফেলার পর একিলিসের পদক্ষেপগুলো এত ছোট হবে, যার পক্ষে আরও ছোট হওয়া সম্ভব নয়। একটা সময় তিনি এমন একটি পদক্ষেপ ফেলবেন যা কচ্ছপের অতিক্রান্ত পথের চেয়ে বেশি। বারবার হাত ফসকে বেরিয়ে যাওয়া কচ্ছপ শেষমেশ ধরা পড়বেই।

পরমাণু তত্ত্বের সাথে টক্কর লাগে আরেকটি দর্শনের। এখানে অসীম ভ্যাকুয়ামের মতো অদ্ভুত কিছু ছিল না। এ ধারণা অনুসারে মহাবিশ্ব ছিল একটি নাদুসনুদুস ছোট্ট জিনিস। নেই কোনও অসীম। কোনও শূন্যতা। আছে শুধু সুন্দর কিছু গোলক। যারা বেষ্টন করে আছে পৃথিবীকে। অবচেতনভাবেই পৃথিবীকে মহাবিশ্বের কেন্দ্রে স্থান দেওয়া হয়েছিল। এটা ছিল এরিস্টটলীয় ধারণা। পরে আলেক্সান্দ্রীয় জ্যোতির্বিদ টলেমি একে পরিমার্জিত করেন। এটা পাশ্চাত্য বিশ্বের সবচেয়ে প্রভাবশালী দর্শনে পরিণত হয়। শূন্য আর অসীমকে প্রত্যাখ্যান করার মাধ্যমে এরিস্টটল জেনোর প্যারাডক্সগুলোকে বাতিল বানিয়ে দেন।

এরিস্টটল নিছক বললেন, গণিতবিদদের অসীমকে দরকার নেই। তারা ব্যবহারও করেন না। হ্যাঁ, গণিতবিদদের মনে সম্ভাব্য কিছু অসীমের অস্তিত্ব থাকতে পারে। যেভাবে থাকে একটি রেখাকে অসীমসংখ্যক বার ভাগ করার ধারণা। কিন্তু সে কাজটি তো আর করা সম্ভব নয়। একইভাবে অসীমও বাস্তবে নেই। একিলিস সহজেই কচ্ছপকে পার হয়ে যান। কারণ অসীমসংখ্যক বিন্দুর বিষয়টি নিছক জেনোর কাল্পনিক তুলির আঁচড়। এটা বাস্তব জগতের কিছু নয়। অসীমকে নিছক মনের মধ্যে অস্তিত্বে থাকা একটি জিনিস দাবি করে এরিস্টটল অসীমকে তুড়ি মেরে উড়িয়ে দিতে চাইলেন।

এ ধারণা থেকে অত্যন্ত চমকপ্রদ একটি জিনিস বেরিয়ে আসে। এরিস্টটলীয় মহাবিশ্বের (ও পরবর্তীতে টলেমির করা পরিমার্জন) ধারণার ভিত্তি ছিল পিথাগোরীয় মহাবিশ্ব। এ ধারণায় মনে করা হত, গ্রহরা স্ফটিকের মতো গোলকের মধ্যে ঘুরছে। তবে অসীমের অস্তিত্ব নেই বলে এই গোলকের সংখ্যা সীমাহীন নয়। অন্তত একটা অবশ্য থাকবেই। সবচেয়ে বাইরের গোলক ছিল মধ্যরাতে দেখা একটি নীল গ্লোবের মতো। যা ছোট ছোট জ্বলজ্বলে আলোকবিন্দু দিয়ে আবৃত। এই আলোকবিন্দুরা হলো নক্ষত্র। সবচেয়ে বাইরের গোলকের বাইরে আর কোনো কিছুর অস্তিত্ব ছিল না। সর্ববাইরের এই স্তরের পরে হঠাৎ করে

অনুবাদকের নোট

১। গ্রিক দার্শনিক জেনো তার নিজের ও পারমিনিডিসের কিছু মতবাদ প্রমাণের জন্যে বেশ কিছু প্যারাডক্স তৈরি করেন। মূলত তিনি প্রমাণ করতে চেয়েছিলেন, গতি বলতে কিছু নেই। সবই চোখের ভুল। প্যারাডক্সগুলোর মধ্যে অন্যতম বিখ্যাত একটি হলো একিলিজ ও কচ্ছপ প্যারাডক্স। এমন বেশ কিছু প্যারাডক্স নিয়ে জানা যাবে অনুবাদকের *অসীম সমীকরণ* বইয়ে।

২। কথাটি বাইবেলের নিউ টেস্টামেন্ট বা নববিধানের বুক অব জনের প্রথম অধ্যায়ের প্রথম অনুচ্ছেদ। তবে মূল সংস্করণে *অনুপাত* শব্দের বদলে *শব্দ* বলা হয়েছে। তবে গ্রিক ভাষায় অনুপাতকে বলা হয় লোগোস। আবার *শব্দ* বোঝাতেও একই শব্দ বোঝানো হয়। যার ফলে প্রথাগত অনুবাদের চেয়ে *অনুপাত* বলাটাই বেশি ভাল অনুবাদ।

-লেখকের নোটের আলোকে অনুবাদক।

৩। পৃথিবীর রাতের আকাশে খালি চোখে শুধু পাঁচটি গ্রহই দেখা সম্ভব। বুধ, শুক্র, মঙ্গল, বৃহস্পতি ও শনি। এ কারণেই প্রাচীনকালে মানুষ গ্রহ বলতে এই পাঁচটিকেই চিনত।

৪। সবচেয়ে সুন্দর সংখ্যা অবশ্যই একেজনের কাছে একেকটি। কারও কাছে পাই (৩.১৪১৬) সবচেয়ে সুন্দর। কারও কাছে (আমিসহ) আবার সুন্দর অয়লার সংখ্যা (২.৭১৮...)।

৫। কারণ অর্ধ-ইঞ্চিকে আদর্শ বানালে মোট দাগ হবে ২৪টি। তাহলে সাড়ে পাঁচ ইঞ্চিতে পড়বে ১০+১ টি = ১১টি দাগ। বাকি অংশও এভাবে।

৬। মূলদ সংখ্যার ইংরেজি নাম rational number, যাকে আক্ষরিক বাংলা করলে হয় যৌক্তিক সংখ্যা।

৭। ১, ২, ৩, ... ইত্যাদি সংখ্যাগুলোর সেটকে বলা হয় স্বাভাবিক বা গণনা সংখ্যা।